

SUJET DE THÈSE

Titre de la thèse : Propriétés algébriques et combinatoires des espaces topologiques finis

Directeur de thèse : Dominique MANCHON

Unité de rattachement : LMBP (UMR 6620)

Équipe : GAAO

Établissement de rattachement : UCA

Courriel et téléphone : Dominique.Manchon@math.univ-bpclermont.fr

Co-encadrant éventuel :

Unité de rattachement :

Établissement de rattachement :

Résumé : Un quasi-poset est un ensemble muni d'une relation réflexive et transitive. La notion de quasi-poset fini est équivalente à la notion d'espace topologique fini, les ouverts de la topologie étant donnés par les sections finissantes. Loïc Foissy, Claudia Malvenuto et Frédéric Patras ont montré récemment que la collection de tous les espaces topologiques finis (modulo isomorphisme) s'agence en une algèbre de Hopf commutative combinatoire. Une version non-commutative de cet objet peut également s'obtenir.

A la suite des travaux ci-dessus, F. Fauvet, L. Foissy et moi-même avons enrichi la structure avec un coproduit interne. Le travail de thèse consistera en l'exploration d'une version décorée de cette structure, ainsi que la mise en évidence d'autres structures sous-jacentes, en particulier opéradiques.

Mots-clé : arbres, graphes, posets, quasi-posets, algèbres de Hopf, comodules-bigèbres, opérades, espèces.

École Doctorale des Sciences Fondamentales

Title of the thesis: Algebraic and combinatorial properties of finite topological spaces.

Supervisor : Dominique MANCHON

Laboratory : LMBP (UMR 6620)

University : UCA

Email and Phone : Dominique.Manchon@math.univ-bpclermont.fr

Possible co-supervisor :

Laboratory :

University :

Summary: A quasi-poset is a set endowed with a reflexive and transitive relation. The notion of finite quasi-poset is equivalent to the notion of finite topological space, the open subsets of the topology being given by the final segments. Loïc Foissy, Claudia Malvenuto and Frédéric Patras showed recently that the collection of all finite topological spaces (modulo isomorphism) can be naturally organized in a commutative combinatorial Hopf algebra. A non-commutative version of this object can also be obtained.

Following the aforementioned works, F. Fauvet, L. Foissy and myself enriched the structure with an internal coproduct. The thesis work will consist in exploring a decorated version of this structure, as well as revealing other underlying structures, operatic in particular.

Keywords: trees, graphs, posets, quasi-posets, Hopf algebras, comodule-bialgebras, operads, species.